
Aufgaben zur Elektrodynamik

Blatt 09

SS 2009 · Abgabe: 09.07.2009

Aufgabe 1.

Rekapitulieren Sie aus der Theoretischen Mechanik die Konstruktion der erhaltenen Energie aus der nicht explizit t -abhängigen Lagrange-Funktion!

Definieren Sie eine entsprechend verallgemeinerte Größe fuer Felder (Integral ueber eine Dichte, kanonisch konjugierte Impulse s. VL), wenn die Lagrangedichte nicht explizit zeitabhängig ist. Zeigen Sie anhand der Lagrangedichte $\mathcal{L}(\Phi, \mathbf{A})$, dass die Erhaltung dieser Größe der schon behandelten Energiebilanz von Feldern und Teilchen entspricht.

Aufgabe 2. (dualer Feldstärketensor)

Zeigen Sie, dass sich die hom. Maxwell-Gleichungen mit Hilfe des Feldstärketensors als $\partial^\alpha F^{\mu\nu} + \text{zykl} = 0$ schreiben lassen. Definieren Sie den dualen Feldstärketensor $\tilde{F}_{\mu\nu} = \frac{1}{2}\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}F^{\alpha\beta}$ und zeigen Sie, dass die hom. Maxwell-Gleichungen nun $\partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = 0$ lauten.

Zeigen Sie außerdem, dass $\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ ein invarianter Lorentz-Tensor 4. Stufe ist (Verallgemeinern Sie dazu die Formel für die Determinante von 3×3 -Matrizen $\det M = \varepsilon_{ijk}M_{i1}M_{j2}M_{k3}$ auf 4 Dimensionen).

Aufgabe 3. (asymmetrische Lagrange-Dichte)

Betrachten Sie die Lagrange-Dichte $\mathcal{L} = -\frac{1}{2}(\partial_\mu A_\nu)(\partial^\mu A^\nu) - \mu_0 j_\mu A^\mu$. Unter welchen Voraussetzungen liefert diese Lagrange-Dichte die Maxwellgleichungen? Zeigen Sie, dass sich unter diesen Voraussetzungen diese Lagrange-Dichte nur durch eine Divergenz von der üblichen Lagrange-Dichte unterscheidet.