6. Übung

Besprechung: 28.11.05

Aktuelle Informationen und pdf-Files der Übungen auch unter
http://theorie3.physik.uni-erlangen.de/lectures/ws2005_2006/griesshammer/EDkompakt.html.

1. Diskutieren Sie den Einfluß von Symmetrieargumenten auf die Berechnung sphärischer Multipolmomente, Übung 5 Aufgabe 2.

2. Berechnen Sie die sphärischen Multipolmomente dreier Ladungen, Übung 5 Aufgabe 3.d) bis f).

3. MULTIPOLMOMENTE AUF EINER KUGELOBERFLÄCHE: Auf einer Kugel mit Radius R ist das folgende Potential vorgegeben:

$$\Phi(\vec{R}) = \frac{\Phi_0}{2R^2}\left(3(\vec{e}_z\cdot\vec{R})^2 - \vec{R}^2\right) \quad ,$$

wobei $\vec{e}_z$ der Einheitsvektor in z-Richtung ist, $\vec{R}$ der Radiusvektor vom Kugelmittelpunkt zur Oberfläche, und Φ_0 eine Konstante. Koordinatenursprung ist der Kugelmittelpunkt.

a) Berechnen Sie das Potential innerhalb und außerhalb der Kugel, und die ersten drei sphärischen Multipolmomente (Monopol, Dipole und Quadrupole) bezüglich des angegebenen Koordinatensystems. Berücksichtigen Sie dabei, daß das Potential zusätzlich im Unendlichen verschwinden soll und bei $r \to 0$ endlich ist.

Hinweis: Kann man das Potential unter Verwendung von Kugelflächenfunktionen schreiben? Symmetrieargumente! Der Ansatz $\Phi(\vec{r}) = \sum\limits_l [A_l r^l + B_l r^{-(l+1)}]\; P_l(\cos\vartheta)$ muß die Randbedingungen für Φ auf der Kugeloberfläche erfüllen. Woher kommt dieser Ansatz?

b) Bestimmen Sie die Konstante Φ_0 so, daß sich in führender nicht-verschwindender Näherung dasselbe Fernfeld wie für die Ladungsverteilung aus Aufgabe 2 von Blatt 5 ergibt: Drei Ladungen auf einer Linie; $-q$ bei $\pm R\,\vec{e}_z$, und $2q$ im Koordinatenursprung.

c) Wie muß die Ladungsverteilung auf der Kugeloberfläche beschaffen sein, um das angegebene Potential zu erzeugen? Skizze!