

14. und letzte Übung

Besprechung: 6.2.06

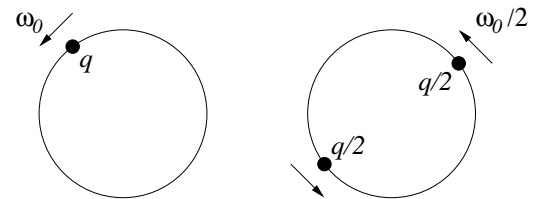
Aktuelle Informationen und pdf-Files der Übungen auch unter

http://theorie3.physik.uni-erlangen.de/lectures/ws2005_2006/griesshammer/EDkompakt.html.

1. ATOMARE DIPOL- UND QUADRUPOLE STRAHLUNG, TEIL II: Elektrische Quadrupolstrahlung in Atomen ist erheblich schwächer als elektrische Dipolstrahlung und kann deswegen im Allgemeinen vernachlässigt werden. Dazu wieder dieses Modell: Punktladungen bewegen sich in der xy -Ebene auf Kreisbahnen vom Radius l im mathematisch positiven Sinn mit konstanter, nicht-relativistischer Winkelgeschwindigkeit um einen ruhenden Atomkern. Das gesamte Atom ist elektrisch neutral. Der elektrische Dipol – linke Abbildung – wurde letzte Woche besprochen. Der Quadrupol wird durch zwei mit Winkelgeschwindigkeit $\omega_0/2$ rotierende Punktladungen $q/2$, die sich stets gegenüberliegen, siehe Abbildung.

Nachdem letzte Woche zum Einüben der Dipol besprochen wurde, befassen wir uns jetzt als Kür mit dem Quadrupol. Die Aufgaben a) bis f) beziehen sich also nur auf die *rechte* Anordnung.

Wir beschäftigen uns ausschließlich mit der Strahlung in der Fernzone, und in niedrigster, nicht-verschwindender Multipolnäherung.



Hinweis: Sie können natürlich wieder einfach Formeln in Lehrbüchern nachkauen. Oder Sie nutzen die Gelegenheit, sich von der Wellengleichung (diesmal vielleicht ohne Fouriertransformation in t ?) startend die Lösung herzuleiten. Die Teilaufgaben b) und e) verlangen keine Rechnungen.

- a) Berechnen Sie das zeitabhängige kartesische Quadrupolmoment der Ladungsverteilung.
- b) Wie groß ist die Frequenz (oder Wellenlänge) der emittierten Strahlung?
- c) Berechnen Sie das retardierte Vektorpotential \vec{A}_{ret} in der Fernzone.
- d) Berechnen Sie das *zeitabhängige* elektrische und magnetische Feld in der Fernzone.
- e) Diskutieren Sie die Polarisation der Strahlung in Abhängigkeit von der Position des Beobachters. Besonders interessant sind die Polarwinkel $\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$.
- f) Berechnen Sie die zeitgemittelt in ein beliebiges Raumwinkelement ausgestrahlte Leistung. Diskutieren Sie die Strahlungscharakteristik der Quadrupolstrahlung auch im Vergleich zur Dipolstrahlung von letzter Woche.

Ein paar Zwischenergebnisse in Kugelkoordinaten (r, ϑ, φ) :

$$\vec{A}^{(E2)}(\vec{r}, t) = -\frac{ql^2\omega_0^2}{4rc^2} (\vec{e}_x + i\vec{e}_y) [\vec{e}_r \cdot (\vec{e}_x + i\vec{e}_y)] \exp[i(kr - \omega_0 t)]$$

$$\vec{B}^{(E2)}(\vec{r}, t) = \frac{ql^2\omega_0^3}{4rc^3} \sin \vartheta \left[\vec{e}_\varphi \cos \vartheta \sin[kr + 2\varphi - \omega_0 t] + \vec{e}_\vartheta \cos[kr + 2\varphi - \omega_0 t] \right]$$

$$\frac{dP^{(E2)}}{d\Omega} = \frac{q^2 l^4 \omega_0^6}{128\pi c^5} \sin^2 \vartheta (\cos^2 \vartheta + 1)$$

2. JETZT WERDEN BEIDE AUFGABEN VERBUNDEN: Vergleichen Sie die zeitgemittelte Gesamtleistung von Dipol- und Quadrupolstrahlung für typische atomare Werte von atomarer Ausdehnung l und Wellenlänge λ : $l \sim 1 \text{ \AA}$, $\lambda \sim 1000 \text{ \AA}$. Vergleichen Sie zum Fall, daß Wellenlänge und Bahnradius gleich groß sind.
3. STRAHLENDES WASSERSTOFFATOM: Schätzen Sie die Lebensdauer τ des $2p$ -Zustandes im Wasserstoffatom ab unter der Annahme, daß die Formeln vom Blatt 13 gelten und sich während der Strahlung trotz Strahlungsverlustes die Frequenz nicht ändert (siehe Bohr-Sommerfeld'sches Atommodell). Vergleichen Sie zum experimentell gemessenen Wert $\tau \approx 1.6 \times 10^{-9} \text{ s}$. Wieviele Umläufe macht das Elektron in dieser Zeit ungefähr?