2. Übung

Besprechung: 31.10.05

Anmerkung: Die Übungen zur Vorlesung können von Ihnen wahrscheinlich nicht vollständig während der Tutorien gelöst werden, wenn Sie sich die Aufgaben nicht vorher bereits detailliert angeschaut haben. Wir empfehlen, die Übungen soweit als möglich vor der Besprechung zu bearbeiten, sodaß wir uns in der Besprechung selbst auf die aufgekommenen Probleme, auf Rechentricks und besonders den physikalischen Hintergrund konzentrieren können.
Aktuelle Informationen und pdf-Files der Übungen auch unter
http://theorie3.physik.uni-erlangen.de/lectures/ws2005_2006/griesshammer/EDkompakt.html.

1. Elektrisches Feld des Wasserstoffatoms: Die Ladungsdichte des Wasserstoffatoms im Grundzustand is näherungsweise gegeben durch

$$\rho(\vec{r}) = q\;\delta^{(3)}(\vec{r}) - \frac{q}{\pi a^3}\;\mathrm{e}^{-\frac{2r}{a}}$$

Dabei ist a der Bohr'sche Radius, und der erste Term beschreibt das Proton als punktförmiges, positiv geladenes Teilchen, der zweite die negative Elektronenwolke des s-Orbitals.

Hinweis: Bearbeiten Sie mindestens die Teilaufgaben b) oder c), und e).

a) Welche Symmetrien erwarten Sie für das elektrische Feld?

b) Ermitteln Sie $\vec{E}(\vec{r})$ mit Hilfe des Gauß'schen Satzes.

c) Berechnen Sie das Potential $\Phi(\vec{r})$ durch Lösung der Poisson-Gleichung.

d) Berechnen Sie $\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}\;\Phi(\vec{r})$ aus c). Vergleichen Sie zum Ergebnis in b).

e) Berechnen Sie die Größe des elektrischen Feldes im Abstand des Bohr'schen Radius' jeweils unabhängig im SI- und Gauß'schen cgs-Einheitensystem. Überprüfen Sie, daß die beiden Ergebnisse konsistent sind.

2. Zweidimensionale Greensfunktion und geladener Draht:

a) Zeigen Sie aus der Form der Dirac'schen δ-Distribution in kartesischen Koordinaten, daß in Zylinderkoordinaten

$$\delta^{(3)}(\vec{x}) = \frac{1}{r}\;\delta(r)\;\delta(z)\;\delta(\phi)\quad .$$

Am einfachsten überprüfen Sie, daß das angegebene Ergebnis korrekt normiert ist:

$$\int \mathrm{d}^3x\;\delta^{(3)}(\vec{x}) = 1$$

b) Berechnen Sie die Greensfunktion $G(\vec{x})$ eines *zwei*dimensionalen Potentialproblems "ohne Randbedingungen" im Endlichen:

$$\Delta G(\vec{x}) = \delta^{(2)}(\vec{x})$$

Hinweis: Ein möglicher Lösungsweg: Symmetrien, naïve Lösung der Laplace-Gleichung und Gauß'scher Satz.

c) Berechnen Sie nun das elektrische Feld um einen unendlich langen Draht parallel zur z-Achse mit konstanter Linienladungsdichte μ.