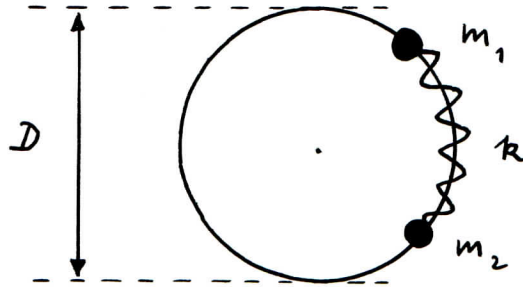


3. Harmonischer Oszillator auf Kreisring

[10 Punkte]

Auf einem kreisförmigen Ring (Durchmesser D) bewegen sich reibungslos zwei Massepunkte (m_1, m_2), die mit einer Feder (Federkonstante k) verbunden sind. Die Feder wird ebenfalls über den Ring geführt; es wirken keine weiteren, äußeren Kräfte. Nur solche Bewegungen sollen betrachtet werden, bei denen sich die Massepunkte nicht berühren.



- Stellen Sie Lagrange-Funktion und Lagrange-Gleichungen auf.
- Bestimmen Sie die Frequenzen der Eigenschwingungen dieses linearen Systems.
- Es gibt eine Lösung der Bewegungsgleichungen, die man mit dem Ansatz aus (b) *nicht* erhält. Um was für einen Typ von Bewegung handelt es sich hierbei, und wie lautet diese Lösung? (Betrachten Sie die niedrigere der beiden Eigenfrequenzen!)
- Geben Sie zwei Erhaltungsgrößen an und identifizieren Sie die zugrundeliegenden Symmetrien des Systems (Beweis nicht erforderlich).

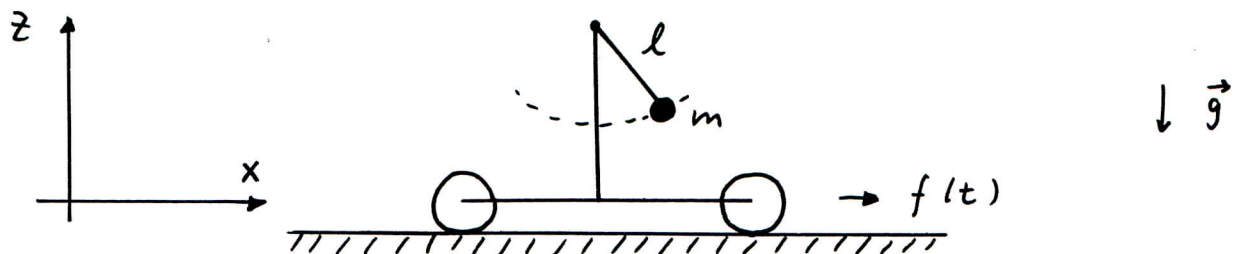
4. Pendel auf fahrendem Wagen

[7 Punkte]

Ein Wagen bewegt sich entlang einer horizontalen Geraden (x -Achse) mit vorgegebener Zeitabhängigkeit, d.h. für jeden seiner Punkte gilt eine Gleichung der Form

$$x(t) = x_0 + f(t) .$$

Auf dem Wagen ist ein ebenes Pendel (Länge l , Masse m) angebracht, das nur in der xz -Ebene schwingen kann. Es wirke die Schwerkraft.



- Welches ist die allgemeinste Form von $f(t)$, die gewährleistet, daß die Lagrange-Funktion dieses Systems nicht explizit von der Zeit abhängt?
- Welche Erhaltungsgröße ergibt sich in diesem Falle mit Hilfe des Noether Theorems? Handelt es sich hierbei um die Energie?
- Wie lautet die Lagrange-Gleichung in diesem Falle? Wie kann man dieses Ergebnis verstehen?